



Proposta de trabalho

Analise o episódio *João e os números primos* e discuta as seguintes questões:

- Em que se apoiaram os alunos para justificarem que a descoberta do João é verdadeira para todos os números primos?
- Considera que a conjectura do João está provada? Porque sim, ou porque não?
- Que acções da professora considera importantes ao longo do episódio?

Episódio João e os números primos¹

A turma do João tinha já trabalhado com o crivo de Eratóstenes para encontrar números primos e a professora tinha-os desafiado a encontrar regularidades nesse crivo. O João reparou que os números primos maiores do que 5 que tinha identificado, terminavam em 1, 3, 7 ou 9. Chamou a professora para lhe mostrar a sua descoberta e esta solicitou-lhe que a registasse no seu caderno de modo a poder comunicá-la à turma durante a fase da análise e discussão colectivas do trabalho realizado.

Quando chega a altura, o João escreve no quadro os números 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47 e diz:

João: Os números primos menos o 2 e o 5 terminam em 1, 3, 7 ou 9.

Professora: O João diz que todos os números primos excepto o 2 e o 5 terminam em 1, 3, 7 ou 9. Concordam?

Os alunos começaram por examinar casos particulares de números primos usando crivos de Eratóstenes que tinham construído, alguns dos quais com todos os números até 100 (figura 1). Concluem que a afirmação do João é válida para todos os primos aí registados. Na generalidade, as suas justificações prendem-se com o significado de número primo e com a constatação de que em qualquer dos crivos não há nenhum número primo maior do que 5 que não termine nos números referidos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 1

A professora escreve, então, no quadro:

Conclusão: Todos os números primos menores que 100 excepto o 2 e o 5 terminam em 1, 3, 7 ou 9.

E lança uma nova questão:

Professora: Será que o mesmo acontece com outros números primos? Investiguem...

Os alunos começaram a identificar novos números primos, alguns dos quais muito superiores a 100, e não encontram nenhum que não termine nos algarismos indicados. Não tarda muito que afirmem, com convicção, que o que a descoberta do

¹ Episódio adaptado de Boavida (2001). Um olhar sobre a demonstração no ensino da Matemática. *Educação e Matemática* 63 (11-15).



João é verdadeira para todos os números primos, independentemente de os terem observado ou não. Referem, como justificação, que não conseguem encontrar nenhum número primo que não terminem 1, 3, 7 ou 9. Nessa altura a professora escreve no quadro:

Conjectura do João: Todos os números primos, excepto 2 e 5, terminam em 1, 3, 7 ou 9.

Certifica-se se os alunos se recordam do significado de conjectura e desafia-os a encontrarem um processo que permita ter a certeza se a conjectura é, de facto, válida para todos os números primos e porque o é.

Os alunos envolvem-se no trabalho e reforçam a certeza de que a conjectura é verdadeira, mas o seu trabalho não progride. É, então, que a professora, optando por trabalhar com toda a turma, decide escrever no quadro, os números de 0 a 9 e assinala com um círculo 1, 3, 7 e 9.

0 (1) 2 (3) 4 5 6 (7) 8 (9)

Quase de imediato, começam a surgir várias sugestões:

Ana: "Sôtora" risque os números 0 e 5. Um número primo maior do que 5 não pode terminar nem em 0 nem em 5.

Professora: Porquê?

Ana: Se terminar em 0 ou 5 é múltiplo de 5 e por isso não era primo.

Pedro: E também tem que riscar os outros...

Professora: Quais?

Pedro: O 2, o 4, o 6 e o 8. Tem que ser maior que 2 e é um número primo. Não pode ser par!

Teresa: Pois não. O 2 é divisor...

Professora: E então?

Jorge: Um número primo só pode ter dois divisores.

Rita: Pois. Se termina em 2, 4, 6 ou 8 é porque é par e os números pares são múltiplos de 2.

João: Só sobram o 1, o 3 o 7 e o 9. Afinal todos os números primos menos o 2 e o 5, terminam da forma que eu descobri. Já temos a certeza.

Inês: Mas o contrário não é verdade. Por exemplo, 21 termina em 1 e não é primo.

Professora: Porque é que 21 não é primo?

Vários alunos: Porque 3 é divisor de 21; 3 vezes 7 é igual a 21.

Fernando: Tem divisores diferentes de 1 e de 21.

Professora: Então e poderemos afirmar que todos os números que terminam em 1, 3, 7 ou 9 são primos? (escreve a frase no quadro).

Ouvem-se várias vozes dizendo "não é verdade". Referem 21, 27, 33...

(...)